

過去問プラス 数的推理

国税専門官 2005 確率

問題

9枚のカードがあり、互いに異なる1～9の数字が1つずつ書かれている。この9枚のカードから無作為に3枚選び、それらを一行に並べて3桁の整数を作ったとき、その整数が3の倍数になる確率はいくらか。

1. $2/7$
2. $1/3$
3. $5/14$
4. $8/21$
5. $11/28$

解説

9枚のカードから3枚を並べる方法は、 ${}_9P_3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$ (通り) です。

3の倍数は、**各位の数の和が3の倍数になる** (例えば『543』の各位の和は $5+4+3=12$ で3の倍数になりますから、この数は3の倍数です) という特徴がありますので、これを満たす並べ方を探します。

まず、1~9のうちの3つの数の**組合せ**で、その和が3の倍数になるのは、次の**30通り**があります。

| | | |
|-------|--|-------|
| 和が 6 | ⇒ (1, 2, 3) | … 1通り |
| 和が 9 | ⇒ (1, 2, 6) (1, 3, 5) (2, 3, 4) | … 3通り |
| 和が 12 | ⇒ (1, 2, 9) (1, 3, 8) (1, 4, 7) (1, 5, 6) (2, 3, 7) (2, 4, 6) (3, 4, 5) | … 7通り |
| 和が 15 | ⇒ (1, 5, 9) (1, 6, 8) (2, 4, 9) (2, 5, 8) (2, 6, 7) (3, 4, 8) (3, 5, 7) (4, 5, 6) | … 8通り |
| 和が 18 | ⇒ (1, 8, 9) (2, 7, 9) (3, 6, 9) (3, 7, 8) (4, 5, 9) (4, 6, 8) (5, 6, 7) | … 7通り |
| 和が 21 | ⇒ (4, 8, 9) (5, 7, 9) (6, 7, 8) | … 3通り |
| 和が 24 | ⇒ (7, 8, 9) | … 1通り |
| | 計 | 30通り |

これらの組合せのそれぞれについて、その並べ方は $3! = 6$ 通りずつあるわけですから、 $30 \times 6 = 180$ (通り) だけ3の倍数になる並べ方があるとわかります。

よって、求める確率は、 $\frac{180}{504} = \frac{5}{14}$ となり、正解は肢3です。