

過去問プラス 数的推理

地方上級 2009 整数

問題

4つの異なる自然数があり、次のことがわかっている。このとき、大きいほうから2番目の数はどれか。

- ・ 4つの数の和は70である。
- ・ 一番小さい数で他の3つの数を割ると、余りは4, 5, 6となる。
- ・ 一番大きい数は奇数である。

1. 15
2. 16
3. 17
4. 18
5. 19

解説

一番小さい数を x とすると、例えば x で割って 4 余る数は「 x の倍数 + 4」と表せますので、他の 3 つの数をそれぞれ、 $ax + 4$ 、 $bx + 5$ 、 $cx + 6$ と表します。

ここで、4 つの数の和について、次の式が成り立ちます。

$$\begin{aligned}(ax + 4) + (bx + 5) + (cx + 6) + x &= 70 \\ ax + bx + cx + x + 15 &= 70 \\ x(a + b + c + 1) &= 55 \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

これより、 x は 55 の約数と分かります。55 = 5 × 11 ですから、 x は 1, 5, 11, 55 のいずれかですが、「 x で割って 6 余る数」があるので、 x は 6 より大きい数で、11 または 55 と分かります。

しかし、一番小さい数が 55 では、4 つの和が 70 という条件を満たすはずはなく、 $x = 11$ が確定します。

これを①に代入すると、

$$\begin{aligned}11 \times (a + b + c + 1) &= 55 \\ a + b + c + 1 &= 5 \\ \therefore a + b + c &= 4\end{aligned}$$

となり、 a 、 b 、 c のうち 1 つが 2 で、他の 2 つが 1 と分かり、2 である数が一番大きい数となります。

これより、 $ax + 4$ 、 $bx + 5$ 、 $cx + 6$ のそれぞれについて確認すると、

$$\begin{aligned}\text{「}ax + 4\text{」に } a = 2 \text{ を代入} &\Rightarrow 2 \times 11 + 4 = 26 \\ \text{「}bx + 5\text{」に } b = 2 \text{ を代入} &\Rightarrow 2 \times 11 + 5 = 27 \\ \text{「}cx + 6\text{」に } c = 2 \text{ を代入} &\Rightarrow 2 \times 11 + 6 = 28\end{aligned}$$

となり、条件より一番大きい数は奇数ですから 27 と分かり、他の 2 数は、 $11 + 4 = 15$ 、 $11 + 6 = 17$ となり、4 つの数は、27, 17, 15, 11 と判明します。

よって、大きいほうから 2 番目の数は 17 となり、正解は肢 3 です。