過去問プラス PLUS 数的推理 No. 8

裁事・家裁　2010　確率

難易度　★★★★
重要度　★★★★

参考項目　数的推理ザ・ベスト プラス　＃23

問題

7 枚のカードには 1 から 10 までのいずれかの整数が 1 つだけ書かれており, 書かれている数は互いに異なる。この 7 枚から無作為に 2 枚取り出したカードに書かれている数について次のア，イのことが言える。

このとき，カードに書かれていない 3 つの数の組合せは何通りあるか。

ア　その和が7以下となる確率は$\frac{1}{3}$である。

イ　一方を他方で割ったとき，余りが0になる確率は$\frac{11}{21}$である。

1.　2通り
2.　4通り
3.　6通り
4.　8通り
5.　10通り

解説

7 枚のカードから 2 枚を取り出す方法は、${}_7C_2=21$（通り）ですから、条件アより、2 枚の和が 7 以下となる確率が $\frac{1}{3}$ になるということは、そのような方法が $21\times\frac{1}{3}=7$ より、7 通りあることになります。

ここで、1～10 のうち、2 枚の和が 7 以下となる組合せを探すと、次の 9 通りがあります。

（1，2）（1，3）（1，4）（1，5）（1，6）
（2，3）（2，4）（2，5）
（3，4）

この 9 通りには、「1」は 5 通りに、「2」は 4 通りに、「3」「4」はそれぞれ 3 通りに、「5」は 2 通りに、「6」は 1 通りに含まれておりますので、「1」から「6」のうち、「5」を除く数のカードがあれば、上記の（1，5）（2，5）以外の 7 通りが可能になります。

よって、7 枚のうち 5 枚には（1, 2, 3, 4, 6）が書かれているとわかります。

次に、条件イより、一方を他方で割った余りが 0 になる（割り切れる）方法が 11 通りあることがわかりますので、（1, 2, 3, 4, 6）の中の 2 枚で確認すると、次の 7 通りとなります。

（1, 2）（1, 3）（1, 4）（1, 6）（2, 4）（2, 6）（3, 6）

そうすると、残りの 2 枚を含めることで、あと 4 通りということですが、残る数（7, 8, 9, 10）のうちの 2 数では、一方で他方は割り切れませんから、（1, 2, 3, 4, 6）との組合せで考えると、次のような方法があります。

「7」を含めた場合　⇒（1, 7）の 1 通り
「8」を含めた場合　⇒（1, 8）（2, 8）（4, 8）の 3 通り
「9」を含めた場合　⇒（1, 9）（3, 9）の 2 通り
「10」を含めた場合　⇒（1, 10）（2, 10）の 2 通り

これより、合わせて 4 通りとなるのは、（7, 8）または（9, 10）のいずれかを含めた場合となり、7 枚のカードに書かれている数の組合せは、次の 2 通りとわかります。

（1, 2, 3, 4, 6, 7, 8）　　（1, 2, 3, 4, 6, 9, 10）

よって、書かれていない 3 つの数の組合せも（5, 9, 10）と（5, 7, 8）の 2 通りで、正解は肢 1 です。

正解　1